Przypuszczam, że to by zaklasyfikowano do „matematyki rozrywkowej”, ale nie wiem, co to znaczy. Tak czy inaczej, chodzi o dzielenie odcinka na kawałki używając twierdzenia Cevy.

Najpierw wyjaśniam, czemu nie może udać się podział na p części (p liczba pierwsza większa niż 2), potem, że czasami daje się zrobić podział na $2p$ części (i wtedy podwojenie otrzymanego kawałka daje niebezpośrednią drogą podział na p części), w końcu pokazuję, że i to nie zawsze jest możliwe.

Wyjaśnienia te są dopełnieniem wpisu blogowego (z kolorowymi ilustracjami):
`http://andsol.blox.pl/2008/10/Dzielenie-odcinka.html`

Podział odcinka na p części tędy nie wyjdzie

Wielokrotne połowienie odcinka dzieli go na 2^m części; jeśli wezmę a części, zostanie ich $2^m - a$, dlatego stosunek obu części wyraża liczba wymierna $a/(2^m - a)$. Podobne działanie na drugim odcinku z użyciem b spośród 2^n otrzymanych części daje liczbę wymierną $b/(2^n - b)$. Oczywiście nie ma sensu rozważać a, b parzystych (zamiast brać szósty punkt podziału na osiem, wcześniej dostałbym go jako trzeci punkt podziału na cztery). Chcę podzielić podstawę trójkąta na c oraz $p - c$ części, gdzie p to liczba pierwsza większa od 2, więc tylko jedna z liczb $c, p - c$ jest parzysta. Nie uda się to przy użyciu twierdzenia Cevy, bo dostałbym stosunek części $c/(p-c)$ i przyrównanie iloczynów liczników i mianowników by dało

$$abc = (2^m - a)(2^n - b)(p - c).$$

W każdym przypadku z jednej strony dostałbym liczbę parzystą, a z drugiej – nieparzystą, więc nie ma takich liczb naturalnych a, b, c, m, n.

Podział na 2p części dla $p = 3, 5, 7, 11, 13, 17$ – owszem

Chcę odwrotność liczby $2p-1$, czyli stosunek $1/(2p-1)$, odpowiadający rozbiciu odcinka na $2p$ kawałków, wyrazić jako iloczyn dwóch ilorazów r/s i t/u takich, że sumy $r+s, t+u$ są potęgami dwójki. To by znaczyło, że te ilorazy odpowiadają którymś z punktów kolejnego połowienia odcinków. Oto pożądane składniki:

p = 3	$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$	**p = 5**	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$
p = 7	$\frac{3}{13} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{13}$	**p = 11**	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{21}$
p = 13	$\frac{7}{25} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{25}$	**p = 17**	$\frac{31}{33} \cdot \frac{1}{31} = \frac{1}{33}$

Ale nie dla $2p = 2 \cdot 19$

Dla $p = 19$ poszukiwanego rozkładu nie ma, bo $2p - 1 = 37$ i nie jest możliwe znalezienie takiego n, by różnica $a = 2^n - 37$ była odległa o 1 od jakiejś innej potęgi liczby 2, czyli nie da się otrzymać równości

$$\frac{a}{37} \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{37} \; .$$